1. Determinați termenul a_{2021} al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_3 = 8$

p.a.

$a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$

$a_3 = a_1 + (3-1)\cdot r$

$8 = 2 + 2\cdot r$

$6 = 2r$

$\boxed{r=3}$

sau

$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$

$a_2 = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$r = a_2 - a_1 = 5 - 2 \Rightarrow \boxed{r=3}$

$a_{2021} = a_1 + (2021-1)\cdot r$

$a_{2021} = 2 + 2020\cdot 3$

$= 2 + 6060$

$a_{2021} = 6062$

2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$ cu dreapta d de ecuație $y=-x+3$.

$P(x,y)=G_f\cap d$

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=y \\ y=-x+3 \end{array}\right\} \Rightarrow f(x)=-x+3$$

$2x-3=-x+3$

$2x+x=3+3$

$3x=6 \;/:3$

$\boxed{x=2}$

$y=-2+3 \Rightarrow \boxed{y=1} \Rightarrow P(2;1)=G_f\cap d$

3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3^{x+2}} = 27$

$$\sqrt{3^{x+2}} = 27 \quad /^2$$

$$3^{x+2} = (3^3)^2$$

$$3^{x+2} = 3^6$$

$$x+2 = 6 \quad /-2$$

$$\boxed{x = 4}$$

Verific: $\sqrt{3^{4+2}} = \sqrt{3^6} = 3^3 = 27 \, (A)$

4. Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să fie divizor al numărului 48.

$$P=\frac{\text{nr. caz. fav.}}{\text{nr. caz. pos.}}=\frac{6^{\backslash 2}}{10}=\frac{3}{5}=0,6$$

$\text{Card}\,A=10$ cazuri pos.

$D_{48}\cap A=\{1;2;3;4;6;8\}\Rightarrow 6$ cazuri fav.

5. Se consideră vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + m\vec{j}$ și $\vec{v} = (m-4)\vec{i} + 2\vec{j}$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$.

$(\vec{u} \perp \vec{v})$

$\vec{u} = a_1\vec{i} + b_1\vec{j}$

$\vec{v} = a_2\vec{i} + b_2\vec{j}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = a_1a_2 + b_1b_2$

$\vec{u} = 2\vec{i} + m\vec{j}$

$\vec{v} = (m-4)\vec{i} + 2\vec{j}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

$(2\vec{i} + m\vec{j}) \cdot ((m-4)\vec{i} + 2\vec{j}) = 0$

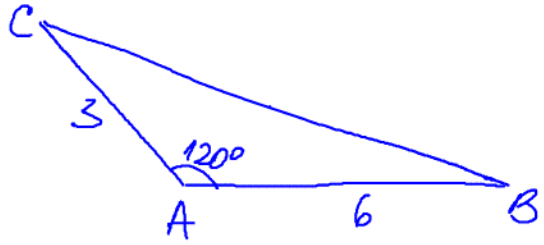
$2 \cdot (m-4) + m \cdot 2 = 0$

$2m - 8 + 2m = 0$

$4m = 8 \quad /:4$

$\boxed{m = 2}$

6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=6$, $AC=3$ și unghiul A de $120°$. Calculați perimetrul triunghiului ABC.



$P_{\Delta ABC} = AB + BC + AC$

$BC = ?$

T. cos:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A$

$BC^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \cos 120°$

$BC^2 = 9 + 36 - \cancel{2} \cdot 3 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{2}}\right)$

$BC^2 = 45 + 18$

$BC = \sqrt{63}$

$BC = 3\sqrt{7}$ cm

$\cos 120° = \cos(60° + 60°) =$

$= \cos 60° \cos 60° - \sin 60° \sin 60° =$

$= \cos^2 60° - \sin^2 60° = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 =$

$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

$P_{\Delta ABC} = 6 + 3\sqrt{7} + 3 = 9 + 3\sqrt{7} = 3(3 + \sqrt{7})$ cm

1. Determinați numărul elementelor mulțimii $M = \{n \in \mathbb{N} \mid 2n+1<10\}$

$2n+1<10 \quad /-1$

$2n<9 \quad /:2$

$\left.\begin{array}{l} n<4,5 \\ n\in\mathbb{N} \end{array}\right\} \Rightarrow n\in\{0;1;2;3;4\}=M$

$\text{Card } M=5$

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-10x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcției f este situat pe axa Ox.

$$\left.\begin{array}{l} V\in Ox \Rightarrow y_V=0 \\ V\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)\end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a}=0 \Rightarrow \Delta=0$$

$f(x)=x^2-10x+m \Rightarrow a=1;\ b=-10;\ c=m$

$\Delta=0$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-10)^2-4\cdot 1\cdot m$

$\Delta=100-4m=0 \Rightarrow 100=4m \ /:4$

$m=25$

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x+\sqrt{x-5}=7$.

$x+\sqrt{x-5}=7$

$\sqrt{x-5}=7-x \quad /^2$

$x-5=(7-x)^2$

$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2$

$x-5=7^2-2\cdot 7\cdot x+x^2$

$x-5=49-14x+x^2$

$0=49\underline{-14x}+x^2\underline{-x}+5$

$x^2-15x+54=0$

$-6-9 \quad 6\cdot 9$

$x^2-6x-9x+54=0$

$x(x-6)-9(x-6)=0$

$(x-6)(x-9)=0 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x_1=6} \\ \cancel{x_2=9} \end{cases}$

Verif:

$x=6$

$6+\sqrt{6-5}=6+\sqrt{1}=6+1=7\ (A)$

$x=9$

$9+\sqrt{9-5}=9+\sqrt{4}=9+2=11\ (F)$

4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să **nu** fie multiplu de 5.

$$P = \frac{n.c.f.}{n.c.p.} = \frac{\cancel{9}\cdot\cancel{10}\cdot 8^{(2}}{\cancel{9}\cdot\cancel{10}\cdot 10} = \frac{4}{5}$$

$\overline{abc}$

$9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ cazuri pos.

$\overline{abc} \Rightarrow c \in \{0, 5\}$

$9 \cdot 10 \cdot 8$

5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$ și $B(-1,3)$. Determinați coordonatele punctului C astfel încât $\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}=\vec{0}$.

$C(x_C, y_C)$

$\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}$

$\overrightarrow{AB}=(-1-3)\vec{i}+(3-4)\vec{j}$

$\overrightarrow{AB}=-4\vec{i}-\vec{j}$

$\overrightarrow{BC}=(x_C-x_B)\vec{i}+(y_C-y_B)\vec{j}$

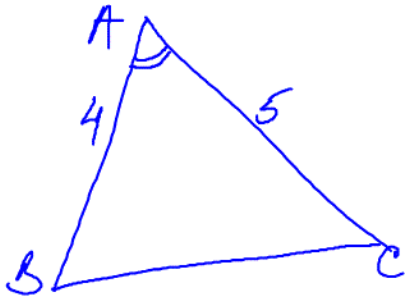
$\overrightarrow{BC}=(x_C+1)\vec{i}+(y_C-3)\vec{j}$

$(-4\vec{i}-\vec{j})+2[(x_C+1)\vec{i}+(y_C-3)\vec{j}]=\vec{0}=0\vec{i}+0\vec{j}$

$2(x_C+1)\vec{i}+2(y_C-3)\vec{j}=4\vec{i}+\vec{j}$

$$\left.\begin{cases} 2(x_C+1)=4 \,/:2 \Rightarrow x_C+1=2 \,/-1 \Rightarrow \boxed{x_C=1} \\ 2(y_C-3)=1 \Rightarrow 2y_C-6=1 \Rightarrow 2y_C=7 \,/:2 \Rightarrow \boxed{y_C=\frac{7}{2}} \end{cases}\right\} \Rightarrow C\left(1;\frac{7}{2}\right)$$

6. Se consideră triunghiul ascuţitunghic ABC cu $AB=4$, $AC=5$ şi aria egală cu 6. Calculaţi cosinusul unghiului A.



$$A_\Delta = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin A}{2}$$

$$6 = \frac{\cancel{4}^{2} \cdot 5 \cdot \sin A}{\cancel{2}\,1}$$

$$6 = 10 \sin A$$

$$\sin A = \frac{6^{(2}}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 A = 1$$

$$\cos^2 A = \overset{25}{1} - \frac{9}{25}$$

$$\cos^2 A = \frac{16}{25} \quad /\sqrt{\ }$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos A = \pm \frac{4}{5} \\ A \text{ ascuțit} \Rightarrow \cos A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \cos A = \frac{4}{5}$$